関西国際大学研究紀要
第3号, 2002年, 161～171

生産要素量の変化と財生産量の変化の関係について

On the Relationship between Change in the Quantities of Factors of Production and Produced Goods

河　村　　　朗＊
Akira KAWAMURA

抄　録

この研究ノートでは、2財2要素モデルにおいて、生産要素の数量変化によって財の生産量がどのように変わるかを説明する。いつくかのケースがモデルによって分析され、またその際、リプチンスキーの定理も証明される。

1．はじめに

本研究ノートの目的は生産要素の数量変化によって財の生産量がどのように変化するかを２財２要素モデルにおいて数学的に明らかにすることである。以下では，Jonesタイプの定式化を基本に，それらの間の関係を数学的に説明する[1]。

2．モデル

まず，以下のように仮定をする。財は財１と財２の２つある。これらの２つの財が２つの生産要素，労働と資本によって規模に関して収穫不変の技術の下で生産され，それらの2財，2要素市場では完全競争が行われている。また，２要素市場では要素が完全雇用されている。

さて，財 1, 財２の完全雇用条件は,

$$a_{L1}Q_1 + a_{L2}Q_2 = L \tag{1}$$
$$a_{K1}Q_1 + a_{K2}Q_2 = K \tag{2}$$

によって示され，次に，財 1, 財２の完全競争条件は,

＊　関西国際大学経営学部

$$a_{L1}w + a_{K1}r = P_1 \qquad (3)$$
$$a_{L2}w + a_{K2}r = P_2 \qquad (4)$$

として示される。ここで，a_{L1}，a_{L2}，a_{K1}，a_{K2} はそれぞれ財1・財2の労働係数，財1・財2の資本係数である。Q_1，Q_2 は財1，財2の生産量を示し，L，K は労働，資本を示す。w は賃金率，r はレンタルを示し，P_1，P_2 はそれぞれ財1，財2の価格である。

また，a_{L1}，a_{L2}，a_{K1}，a_{K2} は賃金・レンタル比率の関数である。それゆえ，

$$a_{L1} = a_{L1}(w/r) \qquad (5)$$
$$a_{L2} = a_{L2}(w/r) \qquad (6)$$
$$a_{K1} = a_{K1}(w/r) \qquad (7)$$
$$a_{K2} = a_{K2}(w/r) \qquad (8)$$

である。式は，(1)〜(8)の8つであり，変数は a_{L1}，a_{L2}，a_{K1}，a_{K2}，Q_1，Q_2，w，r の8つであるので，パラメーターであるP_1，P_2，L，Kが所与であれば，8つの変数の解を求めることが可能である。

いま，(1)，(2)式を全微分すると，

$$a_{L1}dQ_1 + Q_1da_{L1} + a_{L2}dQ_2 + Q_2da_{L2} = dL \qquad (9)$$
$$a_{K1}dQ_1 + Q_1da_{K1} + a_{K2}dQ_2 + Q_2da_{k2} = dK \qquad (10)$$

となる。

この(9)，(10)式の両辺をそれぞれL，K で割れば，

$$a_{L1}dQ_1/L + Q_1da_{L1}/L + a_{L2}dQ_2/L + Q_2da_{L2}/L = dL/L \qquad (11)$$
$$a_{K1}dQ_1/K + Q_1da_{K1}/K + a_{K2}dQ_2/K + Q_2da_{k2}/K = dK/K \qquad (12)$$

となるが，(11)，(12)式はさらに次のように変形できる。

$$(a_{L1}Q_1/L)\,(dQ_1/Q_1) + (Q_1a_{L1}/L)\,(da_{L1}/a_{L1})$$
$$+ (a_{L2}Q_2/L)\,(dQ_2/Q_2) + (Q_2a_{L2}/L)\,(da_{L2}/a_{L2}) = dL/L \qquad (13)$$
$$(a_{K1}Q_1/K)\,(dQ_1/Q_1) + (Q_1a_{K1}/K)\,(da_{K1}/a_{K1})$$
$$+ (a_{K2}Q_2/K)\,(dQ_2/Q_2) + (Q_2a_{K2}/K)\,(da_{K2}/a_{K2}) = dK/K \qquad (14)$$

それゆえ，$dQ_1/Q_1 = \hat{Q}_1$，$dQ_2/Q_2 = \hat{Q}_2$，$da_{L1}/a_{L1} = \hat{a}_{L1}$，$da_{L2}/a_{L2} = \hat{a}_{L2}$，$dL/L = \hat{L}$，$da_{K1}/a_{K1} = \hat{a}_{K1}$，$da_{K2}/a_{K2} = \hat{a}_{K2}$ とし，また $a_{L1}Q_1/L = L_1/L = \lambda_{L1}$，$a_{L2}Q_2/L = L_2/L = \lambda_{L2}$，$a_{K1}Q_1/K = K_1/K = \lambda_{K1}$，$aK_2Q_2/K = K_2/K = \lambda_{K2}$，$dK/K = \hat{K}$ とすれば，(13)，(14)式は

$$\lambda_{L1}\hat{Q}_1 + \lambda_{L2}\hat{Q}_2 = \hat{L} - (\lambda_{L1}\hat{a}_{L1} + \lambda_{L2}\hat{a}_{L2}) \tag{15}$$
$$\lambda_{K1}\hat{Q}_1 + \lambda_{K2}\hat{Q}_2 = \hat{K} - (\lambda_{K1}\hat{a}_{K1} + \lambda_{K2}\hat{a}_{K2}) \tag{16}$$

となる。ここで，L_1，L_2，K_1，K_2はそれぞれ財１の生産において雇用される労働投入量，財２の生産において雇用される労働投入量，財１の生産において雇用される資本投入量，財２の生産において雇用される資本投入量を示している。

次に，(3)，(4)式を全微分すれば，

$$a_{L1}dw + wda_{L1} + a_{K1}dr + rda_{K1} = dP_1 \tag{17}$$
$$a_{L2}dw + wda_{L2} + a_{K2}dr + rda_{K2} = dP_2 \tag{18}$$

となるので，(17)式をP_1で，(18)式をP_2で割ると，

$$a_{L1}dw/P_1 + wda_{L1}/P_1 + a_{K1}dr/P_1 + rda_{K1}/P_1 = dP_1/P_1 \tag{19}$$
$$a_{L2}dw/P_2 + wda_{L2}/P_2 + a_{K2}dr/P_2 + rda_{K2}/P_2 = dP_2/P_2 \tag{20}$$

となる。さらに(19)，(20)式は

$$(a_{L1}w/P_1)(dw/w)+(wa_{L1}/P_1)(da_{L1}/a_{L1}) +(a_{K1}r/P_1)(dr/r)+(ra_{K1}/P_1)(da_{K1}/a_{K1})= dP_1/P_1 \tag{21}$$
$$(a_{L2}w/P_2)(dw/w)+(wa_{L2}/P_2)(da_{L2}/a_{L2}) +(a_{K2}r/P_2)(dr/r)+(ra_{K2}/P_2)(da_{K2}/a_{K2})= dP_2/P_2 \tag{22}$$

と変形できるので，$a_{L1}w/P_1 = \theta_{L1}$，$a_{K1}r/P_1 = \theta_{K1}$，$a_{L2}w/P_2 = \theta_{L2}$，$a_{K2}r/P_2 = \theta_{K2}$と置き換え，$dw/w = \hat{w}$，$dr/r = \hat{r}$，$dP_1/P_1 = \hat{P}_1$，$dP_2/P_2 = \hat{P}_2$とすれば，(21)，(22)式は，

$$\theta_{L1}\hat{w} + \theta_{K1}\hat{r} = \hat{P}_1 - (\theta_{L1}\hat{a}_{L1} + \theta_{K1}\hat{a}_{K1}) \tag{23}$$
$$\theta_{L2}\hat{w} + \theta_{K2}\hat{r} = \hat{P}_2 - (\theta_{L2}\hat{a}_{L2} + \theta_{K2}\hat{a}_{K2}) \tag{24}$$

となる。

次に，財１，財２の費用最小化を実現するために，それらのコストCを全微分する。財１，財２のコストC_1，C_2をそれぞれ，$wa_{L1} + ra_{K1}$，$wa_{L2} + ra_{K2}$とすれば，

$$wda_{L1} + a_{L1}dw + rda_{K1} + a_{K1}dr = dC_1 \tag{25}$$
$$wda_{L2} + a_{L2}dw + rda_{K2} + a_{K2}dr = dC_2 \tag{26}$$

となる。これらの(25),(26)式においてC_1, C_2, w, rを一定とすると,(5)〜(8)式よりa_{L1}, a_{L2}, a_{K1}, a_{K2}も一定であるので,(25),(26)式をP_1, P_2で割れば,

$$wda_{L1}/P_1 + rda_{K1}/P_1 = 0 \tag{27}$$
$$wda_{L2}/P_2 + rda_{K2}/P_2 = 0 \tag{28}$$

を得る。(27),(28)式をさらに

$$(wa_{L1}/P_1)\ (da_{L1}/a_{L1})+(ra_{K1}/P_1)\ (da_{K1}/a_{k1})=0 \tag{29}$$
$$(wa_{L2}/P_2)\ (da_{L2}/a_{L2})+(ra_{K2}/P_2)\ (da_{K2}/a_{K2})=0 \tag{30}$$

と変形すれば,(29),(30)式は

$$\theta_{L1}\hat{a}_{L1} + \theta_{K1}\hat{a}_{K1} = 0 \tag{31}$$
$$\theta_{L2}\hat{a}_{L2} + \theta_{K2}\hat{a}_{K2} = 0 \tag{32}$$

と変形することができる。それゆえ,(31)式を(23)式に,(32)式を(24)式に代入すれば,

$$\theta_{L1}\hat{w} + \theta_{K1}\hat{r} = \hat{P}_1 \tag{33}$$
$$\theta_{L2}\hat{w} + \theta_{K2}\hat{r} = \hat{P}_2 \tag{34}$$

となる。

次に,財1,財2それぞれの要素代替弾力性をσ_1, σ_2とすると,

$$\sigma_1 = (\hat{a}_{K1} - \hat{a}_{L1})\ /\ (\hat{w} - \hat{r}) \tag{35}$$
$$\sigma_2 = (\hat{a}_{K2} - \hat{a}_{L2})\ /\ (\hat{w} - \hat{r}) \tag{36}$$

となる。(31)式と(35)式より,

$$\hat{a}_{L1} = -\ \theta_{K1}\sigma_1(\hat{w} - \hat{r}) \tag{37}$$

(37)式を(31)式に代入すれば,

$$\hat{a}_{K1} = \theta_{L1}\sigma_1(\hat{w} - \hat{r}) \tag{38}$$

を得る。同様にして,(32),(36)式より$\hat{a}_{L2}$, $\hat{a}_{K2}$を求めると,

$$\hat{a}_{L2} = -\theta_{K2}\sigma_2(\hat{w} - \hat{r}) \tag{39}$$
$$\hat{a}_{K2} = \theta_{L2}\sigma_2(\hat{w} - \hat{r}) \tag{40}$$

となる。(37), (39)式を(15)式に，そして(38), (40)式を(16)式に代入すると，

$$\lambda_{L1}\hat{Q}_1 + \lambda_{L2}\hat{Q}_2 = \hat{L} + \alpha_L(\hat{w} - \hat{r}) \tag{41}$$
$$\lambda_{K1}\hat{Q}_1 + \lambda_{K2}\hat{Q}_2 = \hat{K} - \alpha_K(\hat{w} - \hat{r}) \tag{42}$$

を得る。ここで，$\alpha_L = \lambda_{L1}\theta_{K1}\sigma_1 + \lambda_{L2}\theta_{K2}\sigma_2$，$\alpha_K = \lambda_{K1}\theta_{L1}\sigma_1 + \lambda_{K2}\theta_{L2}\sigma_2$である。

3．生産要素の数量変化と財生産量の変化

ここで，財の相対価格を一定とした場合の生産要素投入量の変化が財生産量に与える効果を考える。財の相対価格は変化しないので，(33), (34)式より，$\hat{w} = \hat{r} = 0$である。それゆえ，(41), (42)式は次のようになる。すなわち，

$$\lambda_{L1}\hat{Q}_1 + \lambda_{L2}\hat{Q}_2 = \hat{L} \tag{43}$$
$$\lambda_{K1}\hat{Q}_1 + \lambda_{K2}\hat{Q}_2 = \hat{K} \tag{44}$$

となるので，(43), (44)式より，$\hat{Q}_1$，$\hat{Q}_2$を求めると，

$$\hat{Q}_1 = (\lambda_{K2}\hat{L} - \lambda_{L2}\hat{K}) \ / \ (\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) \tag{45}$$
$$\hat{Q}_2 = (\lambda_{L1}\hat{K} - \lambda_{K1}\hat{L}) \ / \ (\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) \tag{46}$$

である。

これらの(45), (46)式を用いて，$\hat{Q}_1 - \hat{L}$，$\hat{Q}_2 - \hat{L}$，$\hat{Q}_1 - \hat{K}$，$\hat{Q}_2 - \hat{K}$を求めると，

$$\begin{aligned}\hat{Q}_1 - \hat{L} &= (\lambda_{K2}\hat{L} - \lambda_{L2}\hat{K}) \ / \ (\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) - \hat{L} \\ &= \{\lambda_{L2}(\hat{L} - \hat{K})\} \ / \ (\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) \end{aligned} \tag{47}$$

$$\begin{aligned}\hat{Q}_2 - \hat{L} &= (\lambda_{L1}\hat{K} - \lambda_{K1}\hat{L}) \ / \ (\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) - \hat{L} \\ &= \{\lambda_{L1}(\hat{K} - \hat{L})\} \ / \ (\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) \end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned}\hat{Q}_1 - \hat{K} &= (\lambda_{K2}\hat{L} - \lambda_{L2}\hat{K}) \ / \ (\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) - \hat{K} \\ &= \{\lambda_{K2}(\hat{L} - \hat{K})\} \ / \ (\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) \end{aligned} \tag{49}$$

$$\begin{aligned}\hat{Q}_2 - \hat{K} &= (\lambda_{L1}\hat{K} - \lambda_{K1}\hat{L}) \;/\; (\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) - \hat{K} \\ &= \{\lambda_{K1}(\hat{K} - \hat{L})\} \;/\; (\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) \qquad (50)\end{aligned}$$

となる。そこで,(47)〜(50)式を用いて，以下で次の5つのケースについて調べる。つまり,(a)$\hat{K} > \hat{L} > 0$,(b)$\hat{L} > \hat{K} > 0$,(c)$\hat{K} = \hat{L} > 0$,(d)$\hat{K} > 0$，$\hat{L} = 0$,(e)$\hat{L} > 0$，$\hat{K} = 0$である。その前に，$\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}$の符号を調べておく。$\lambda_{L1} + \lambda_{L2} = 1$，$\lambda_{K1} + \lambda_{K2} = 1$であるので,

$$\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1} = \lambda_{L1} - \lambda_{K1} = \lambda_{K2} - \lambda_{L2}$$

である。それゆえ，もし財1が労働集約財（財2が資本集約財）であれば,

$$(\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) > 0$$

であり，もし財1が資本集約財（財2が労働集約財）であれば,

$$(\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}) < 0$$

である。以下では，財1が資本集約財，財2が労働集約財であると仮定する。

(a) $\hat{K} > \hat{L} > 0$

(47)式より$\hat{Q}_1 - \hat{L} > 0$,(48)式より$\hat{Q}_2 - \hat{L} < 0$,(49)式より$\hat{Q}_1 - \hat{K} > 0$,(50)式より$\hat{Q}_2 - \hat{K} < 0$であるので，$\hat{Q}_1 > \hat{K} > \hat{L} > \hat{Q}_2$となる。

(b) $\hat{L} > \hat{K} > 0$

(47)式より$\hat{Q}_1 - \hat{L} < 0$,(48)式より$\hat{Q}_2 - \hat{L} > 0$,(49)式より$\hat{Q}_1 - \hat{K} < 0$,(50)式より$\hat{Q}_2 - \hat{K} > 0$であるので，$\hat{Q}_2 > \hat{L} > \hat{K} > \hat{Q}_1$となる。

(c) $\hat{K} = \hat{L} > 0$

(47)式より$\hat{Q}_1 - \hat{L} = 0$,(48)式より$\hat{Q}_2 - \hat{L} = 0$,(49)式より$\hat{Q}_1 - \hat{K} = 0$,(50)式より$\hat{Q}_2 - \hat{K} = 0$であるので，$\hat{Q}_1 = \hat{Q}_2 = \hat{L} = \hat{K}$となる。

(d) $\hat{K} > 0$，$\hat{L} = 0$

(47)式より$\hat{Q}_1 - \hat{L} > 0$,(48)式より$\hat{Q}_2 - \hat{L} < 0$,(49)式より$\hat{Q}_1 - \hat{K} > 0$,(50)式より$\hat{Q}_2 - \hat{K} < 0$であるので，$\hat{Q}_1 > \hat{K} > \hat{L} = 0 > \hat{Q}_2$となる。

(e) $\hat{L} > 0$，$\hat{K} = 0$

(47)式より$\hat{Q}_1 - \hat{L} < 0$,(48)式より$\hat{Q}_2 - \hat{L} > 0$,(49)式より$\hat{Q}_1 - \hat{K} < 0$,(50)式より$\hat{Q}_2 - \hat{K} > 0$であるので，$\hat{Q}_2 > \hat{L} > \hat{K} = 0 > \hat{Q}_1$となる。

4. 結論

生産要素の数量変化，特にそれが増大する時に財の生産量に与える効果について，これまで説明してきたことをまとめる。

第一に,(a)のケースから分かるように，資本の増加率の方が労働の増加率よりも大きい場合には，資本が集約的に生産において用いられる財１の生産量が一番大きく増大し，労働が集約的に用いられる財２の生産量の増加率は相対的に小さくなる。ただし，Jones（1965）の拡大効果により，増加率を相対的に考えると，財１の増加率は資本の増加率よりも大きく，財２の増加率は労働のそれよりも小さいことが分かる。また，このことは,(b)のケースから明らかなように，もし労働の増加率が資本のそれよりも大きいならば，この結論とは全く正反対のことが起きることが分かる。

第二に，ケース(c)から分かるように，資本と労働が同じ変化率で増大する場合には，財１および財２の増加率はまったく同じである。この場合には，拡大効果は存在しない。

第三に,(d)のケースが示すように，資本のみが増大し，労働の数量が変化しない場合には，資本を集約的に用いる財１の生産量が資本の増加率以上に増大し，労働を集約的に用いる財２の生産量は絶対的に減少する。このことは,(e)のケースのように，労働のみが増大し，資本の数量は変化しないときには，逆のことが起こり，財２の生産量が労働の増加率以上に増大し，財１の生産量は絶対的に減少する。これらの結論は，リプチンスキーの定理と呼ばれている[2)3)]。

最後に，何点かの注意点について述べておきたい。

第一に，以上で得た結論は，財１（財2)が資本集約財（労働集約財）であることを前提としたものであるので，もし財１（財2)が労働集約財（資本集約財）であれば，反対の結論になることは言うまでもない。また，本ノートの第３節の５つのケースにおいて，資本や労働が増加するケースを取り上げたが，それらが減少する場合にも対称的に考えることが可能である。

第二に，第３節で取り上げた(a)〜(e)のケースで述べた結論は，２つの財の間の相対価格が一定であることを想定して出されたものであるので，もし相対価格が変化すれば，第２節の(33),(34)式を通じて w，r に影響を及ぼすことになる。この場合には，本ノートで明らかにした結論は当てはまらなくなるかもしれない。

[注]

1）本ノートの数学的表現の多くは，小田正雄『国際経済学の基礎』マグロウヒルブック，1980，24－31頁，小田正雄『現代国際経済学』有斐閣，1997，20－32頁を参考にした。

2）ケース(d),(e)のように，資本（労働）のみが増大する場合に，資本集約財である財１（労働集約財である財2)の生産量が増大し，財２（財1)のそれが減少することは，第３節の(45),(46)式を用いて明らかにすることが出来る。最初に，ケース(d)のように，$\hat{K}>0$，$\hat{L}=0$ のときには(45),(46)式より，

$$\hat{Q}_1=-(\lambda_{L2}\hat{K})\ /\ (\lambda_{L1}\lambda_{K2}-\lambda_{L2}\lambda_{K1})$$

$$\hat{Q}_2=(\lambda_{L1}\hat{K})\ /\ (\lambda_{L1}\lambda_{K2}-\lambda_{L2}\lambda_{K1})$$

となるので，$\hat{Q}_1>0$，$\hat{Q}_2<0$ となる。次に，ケース(e)のように，$\hat{L}>0$，$\hat{K}=0$ のときには(45),(46)

式より，

$\hat{Q}_1 =（\lambda_{K2}\hat{L}）/（\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}）$

$\hat{Q}_2 = -（\lambda_{K1}\hat{L}）/（\lambda_{L1}\lambda_{K2} - \lambda_{L2}\lambda_{K1}）$

となるので，$\hat{Q}_1 < 0$，$\hat{Q}_2 > 0$ となる。

3）リプチンスキーの定理を図示した場合に得られる直線がリプチンスキー線である。ここでは，この線の傾きについて，Martin(1976)に依拠しながら補足しておきたい。

(a) 労働の数量のみが変化するケース

第2節の(9),(10)の各式において，財相対価格が一定で，資本の数量が変化しないとすれば，$da_{L1} = 0$，$da_{L2} = 0$，$da_{K1} = 0$，$da_{K2} = 0$，$dK = 0$ である。それゆえ,(9),(10)式は，

$$a_{L1}dQ_1 + a_{L2}dQ_2 = dL$$

$$a_{K1}dQ_1 + a_{K2}dQ_2 = 0$$

となる。これらの式より，dQ_2/dL を求めると，

$$dQ_2/dL = -a_{K1}/(a_{K2}a_{L1} - a_{K1}a_{L2})$$

となる。

同様に，dQ_1/dL を求めると，

$$dQ_1/dL = a_{K2}/(a_{K2}a_{L1} - a_{K1}a_{L2})$$

となる。以上の説明より，

$$(dQ_2/dQ_1)\,|_{dK=0} = -a_{K1}/a_{K2}$$

となる。

(b) 資本の数量のみが変化するケース

(9),(10)の各式において，財相対価格が一定で，労働の数量が変化しないとすれば，$da_{L1} = 0$，$da_{K1} = 0$，$da_{L2} = 0$，$da_{K2} = 0$，$dL = 0$ である。それゆえ,(9),(10)式は，

$$a_{L1}dQ_1 + a_{L2}dQ_2 = 0$$

$$a_{K1}dQ_1 + a_{K2}dQ_2 = dK$$

となる。ここで，これらの式より，dQ_2/dK を求めると，

$$dQ_2/dK = a_{L1}/(a_{K2}a_{L1} - a_{K1}a_{L2})$$

となる。

同様に，dQ_1/dK を求めると，

$$dQ_1/dK = -a_{L2}/(a_{K2}a_{L1} - a_{K1}a_{L2})$$

となる。それゆえ，

$$(dQ_2/dQ_1)|_{dL=0} = -a_{L1}/a_{L2}$$

となる。

さてここで,$(dQ_2/dQ_1)\,|_{dK=0}$ と $(dQ_2/dQ_1)\,|_{dL=0}$ の大小関係を考える。その際，財の相対価格が変化しなければ，要素投入係数の相対比率である a_{K1}/a_{K2}，a_{L1}/a_{L2} は一定であること，つまり傾きは定数であることに注意すべきである。

$$(dQ_2/dQ_1)\,|_{dK=0} - (dQ_2/dQ_1)|_{dL=0}$$

$$= (-a_{K1}/a_{K2}) - (-a_{L1}/a_{L2}) = (a_{L1}a_{K2} - a_{L2}a_{K1})\ /\ a_{L2}a_{K2}$$

であるので，財１が資本集約財（財２が労働集約財）である限り，

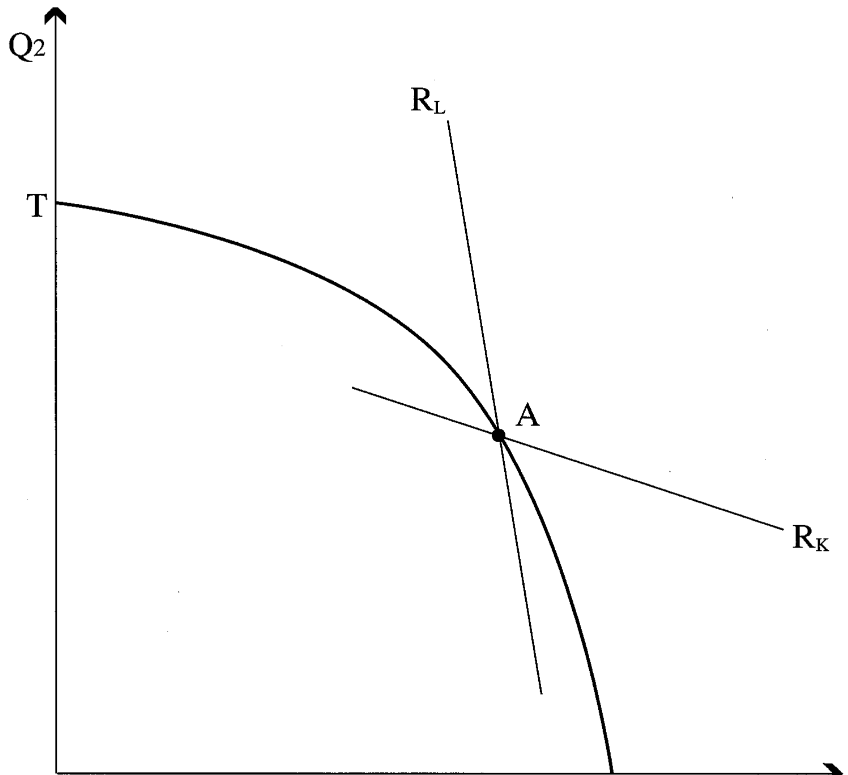
$$(a_{L1}a_{K2} - a_{L2}a_{K1})\ /\ a_{L2}a_{K2} < 0$$

である。それゆえ，

$$(-a_{K1}/a_{K2}) < (-a_{L1}/a_{L2})$$

である。この結果，次のことが分かる。つまり，横軸に資本集約財である財１の生産量Q_1，縦軸に労働集約財である財２の生産量Q_2をはかった図１において，それら２つの財の生産可能性フロンティアをTT'とすれば，このTT'に最適な生産点であるA点で交差している２つのリプチンスキー線R_K，R_Lの傾きの数値は資本の数量のみが変化する場合に得られるR_Kの方が，労働の数量のみが変化する場合のR_Lよりも大きくなるのである。

図１　リプチンスキー線



[参考文献]

1) Chiang, Alpha, C.,: *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, second ed., McGraw-Hill, Inc., 1974（大住栄治・小田正雄・高森寛・堀江義訳『現代経済学の数学基礎（上)』シーエーピー出版 1995)

2) Jones, Ronald, W.,: "The Structure of Simple General Equilibrium Models", *Journal of Political Economy* 73, 1965, pp. 557-572.

3) Martin, John, P.,: "Variable Factor Supplies and the Heckscher-Ohlin-Samuelson Model", *Economic Journal* 86, 1976, pp. 820-831.

4) Rybczynski, T,M.,: "Factor Endowment and Relative Commodity Prices", Economica 22, 1955, pp.336-341.

5) Wong, Kar-Yiu, : *International Trade in Goods and Factor Mobility*, MIT Press, 1995（下村耕嗣・太田博史・大川昌幸・小田正雄訳『現代国際貿易論Ⅰ ―財貿易と要素移動の統合理論』　多賀出版　1999)

6) 小田正雄：『国際経済学の基礎』 マグロウヒルブック　1980

7) 小田正雄：『現代国際経済学』 有斐閣　1997

8) 西村和雄：『経済数学早わかり』 日本評論社　1982

Abstract

This note explains how quantities of produced goods will change by change in the quantities of factors of production mathematically by using two goods - two factors model. Some cases are analyzed by the model, and Rybczynski Theorem is also proved.